

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -1; 1)$, $\mathbf{b}(-2; -2; 1)$, $\mathbf{c}(5; 1; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 4; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -1; -1)$, $\mathbf{b}(-3; 0; 5)$, $\mathbf{c}(2; 1; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 3; 2)$, $B(1; -1; 4)$, $C(-2; 12; -1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Лежат ли точки $A(2; 2; 0)$, $B(4; -3; 1)$, $C(1; 5; -2)$, $D(1; 4; 0)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(0; -9; 3)$, $A_2(3; -7; 2)$, $A_3(-8; -2; 0)$, $A_4(4; -6; 2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 3x - 6z - 2 = 0$ и $\beta : -x + y - z = -3$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; 1; -10)$, $B(-3; 11; -10)$, $C(-3; 4; -9)$, $S(-3; 5; -2)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; -5; -4)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-4}{2}$ и $\frac{x+4}{-1} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{-1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 7; 2)$, $B(17; 16; 1)$, $C(8; 8; 2)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 4z - 8 = 0 \\ -x + 2y - 7z + 9 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(14; -5; -20)$ на плоскость $-4x - y + 7z - 7 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{2} = \frac{y+6}{-4} = \frac{z-8}{3}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - z = -10$.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро AD в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -1; -3)$, $\mathbf{b}(4; -3; -5)$, $\mathbf{c}(1; 0; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 3; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-4; -7; -4)$, $\mathbf{b}(1; -4; -4)$, $\mathbf{c}(2; 2; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 1; 3)$, $B(14; 3; 4)$, $C(8; 2; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(7; 3; 2)$, $B(8; 4; 1)$, $C(5; 2; 2)$, $D(12; 5; 3)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(3; 0; -5)$, $B(5; 1; -7)$, $D(7; -1; -4)$, $E(8; -5; 2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + z - 12 = 0$ и $\beta : 5x + 6y - 4z = -12$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; 1; 1)$, $B(0; -1; 2)$, $C(-2; 4; -1)$, $S(-8; 6; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; -2; 9)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{-1} = \frac{y+6}{-9} = \frac{z+5}{1}$ и $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-4}{0}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 5; 1)$, $B(2; -1; -7)$, $C(15; 10; 8)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 6y + z + 23 = 0 \\ -2x - 7y - z - 29 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-30; 30; 22)$ на плоскость $-10x + 5y + 7z = -92$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+4}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z = -14$.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 4; -5)$, $\mathbf{b}(2; 1; 1)$, $\mathbf{c}(-1; 3; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; -10; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; -4; 3)$, $\mathbf{b}(-1; -3; 3)$, $\mathbf{c}(2; 1; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 3; 8)$, $B(-1; 4; 7)$, $C(-3; 4; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-3; 7; -10)$, $\mathbf{b}(0; -1; 1)$, $\mathbf{c}(5; -4; 9)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(1; 4; 7)$, $B(-2; 5; 4)$, $D(-3; 7; 2)$, $A_1(0; 2; 7)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - y + z = -13$ и $\beta : 3x - 6z - 4 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; 0; -7)$, $B(7; -5; -7)$, $C(7; 1; -6)$, $S(-6; -7; -5)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; -3; 0)$ параллельно плоскости $-x + 7y + 2z = 9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+8}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 7; 9)$, $B(-1; 6; 11)$, $C(2; 8; 6)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 1 = 0 \\ 5x - 2y + 7z + 17 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(10; 27; -7)$ относительно плоскости $5x + 9y - 2z = 32$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - 3z = 8$.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -2; -3)$, $\mathbf{b}(2; 1; 2)$, $\mathbf{c}(0; 3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 10; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; 1; -2)$, $\mathbf{b}(6; 2; -3)$, $\mathbf{c}(-5; -2; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 9; 7)$, $B(6; 2; 15)$, $C(5; 4; 12)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(7; 3; 8)$, $B(8; 3; 10)$, $C(10; -1; 10)$, $D(11; -2; 11)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-1; 1; 2)$, $A_2(-4; -1; -3)$, $A_4(-6; -2; -5)$, $B_1(-4; -1; -2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - z + 6 = 0$ и $\beta : -x + 3y - 2z = 7$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; 4; 5)$, $B(-8; 1; 6)$, $C(-9; 3; 8)$, и найти расстояние от точки $S(-5; 0; 3)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(9; -1; -5)$ параллельно прямой $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{9}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y - 4z = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 1; 7)$, $B(8; 8; 10)$, $C(7; 5; 9)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 2y + z + 11 = 0 \\ 5x + 5y + 2z + 25 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-10; 3; 0)$ на плоскость $-3x + 4y - 3z + 60 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y-7}{-5} = \frac{z-4}{2}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + z = -7$.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -3; 2)$, $\mathbf{b}(1; 2; -2)$, $\mathbf{c}(-3; -2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; -8; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(4; -1; -4)$, $\mathbf{b}(3; -2; -1)$, $\mathbf{c}(-9; 5; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 5; 9)$, $B(5; 3; 8)$, $C(-8; 8; 10)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(8; 5; 0)$, $B(3; 7; -5)$, $C(-1; 6; -2)$, $D(5; 5; 1)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(9; 8; 4)$, $A_2(9; 9; 6)$, $A_3(4; 1; 5)$, $A_4(3; 1; 5)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - y - z = -13$ и $\beta : 5y - 6z + 13 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8; -7; -1)$, $B(10; -6; 7)$, $C(9; -6; -2)$, и найти расстояние от точки $S(5; -4; -3)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; 8; 2)$ параллельно плоскости $x - 2y = 9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-6}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-2}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 4; 5)$, $B(6; -1; 2)$, $C(7; -3; 1)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 7y - z - 1 = 0 \\ -2x + 2y + z + 7 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(14; -18; 12)$ относительно плоскости $5x - 8y + 3z - 5 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-8}{5}$ и плоскостью $\pi : 2x + y + z = 5$.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 1; 2)$, $\mathbf{b}(2; 1; -3)$, $\mathbf{c}(-3; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(10; 3; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; -2; -1)$, $\mathbf{b}(3; 0; 1)$, $\mathbf{c}(-7; -4; -6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 9; 8)$, $B(3; 8; 15)$, $C(6; 10; -2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Лежат ли точки $A(0; 7; 1)$, $B(3; 5; 0)$, $C(-2; 8; 1)$, $D(-7; 11; 2)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(0; -8; 4)$, $B(-1; -10; 5)$, $C(-2; -11; 0)$, $D(1; -8; 9)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -3x + 4y + 7z = 13$ и $\beta : y + z - 11 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; -5; 4)$, $B(-11; -7; 0)$, $C(-9; -4; 5)$, и найти расстояние от точки $S(1; 7; 0)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; -9; -9)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ и $\frac{x-6}{-7} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 9; 4)$, $B(4; 10; 5)$, $C(5; 12; 5)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 4y + z + 6 = 0 \\ -x - y - 2 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(7; 11; -12)$ относительно плоскости $-3x - 8y + 5z = -22$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+3}{4}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + z - 5 = 0$.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 4; -2)$, $\mathbf{b}(2; 5; -1)$, $\mathbf{c}(-1; -5; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 6; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(4; -6; 3)$, $\mathbf{b}(3; -5; 2)$, $\mathbf{c}(-5; 10; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 5; 1)$, $B(12; 6; 1)$, $C(4; 4; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(1; 4; 3)$, $B(-8; 12; -6)$, $C(-1; 5; 0)$, $D(2; 3; 5)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(-8; 4; -2)$, $B(-11; 3; -5)$, $C(-10; 10; -3)$, $D(-10; 9; -3)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -4x - y + 3z = 9$ и $\beta : -x + y - 7 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 8; 6)$, $B(0; 6; 9)$, $C(-1; 7; 7)$, $S(-4; -5; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; -3; 5)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y + 5z - 5 = 0$ и $-x + y + 2z = -1$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 5)$, $B(3; 1; 8)$, $C(4; 1; 9)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x + 2y + z - 12 = 0 \\ -4x + y + z - 22 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-10; 4; 1)$ на плоскость $x - y + z = -4$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : 6x + 2y - z - 2 = 0$.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -1; -2)$, $\mathbf{b}(3; 1; 1)$, $\mathbf{c}(-2; -5; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 1; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; -3; 6)$, $\mathbf{b}(-5; 1; 7)$, $\mathbf{c}(1; 2; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 8; 2)$, $B(4; 13; 2)$, $C(5; 15; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(8; 1; 9)$, $B(8; -1; 2)$, $C(5; -4; 17)$, $D(9; 3; 9)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(-6; 0; -7)$, $Q(-2; -5; -5)$, $R(-9; 3; -5)$, $S(-9; 3; -8)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -y - z + 7 = 0$ и $\beta : -6x - 3y - 5z = 10$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; 9; 8)$, $B(-12; 6; 10)$, $C(-8; 11; 7)$, и найти расстояние от точки $S(1; 8; 8)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; 1; 8)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x + 9y + 4 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 2; 0)$, $B(2; 4; -3)$, $C(5; -3; 7)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 4z + 8 = 0 \\ -2x + 3y - 5z - 1 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-17; 31; 23)$ на плоскость $6x - 9y - 7z - 122 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + 4z + 1 = 0$.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро AA_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 1; 2)$, $\mathbf{b}(-5; 2; 3)$, $\mathbf{c}(3; -2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-10; 4; 8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -2; -2)$, $\mathbf{b}(3; -2; -3)$, $\mathbf{c}(-7; 6; 11)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 0; 0)$, $B(4; 3; 1)$, $C(11; -1; 0)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(2; 0; 5)$, $B(-3; 5; 3)$, $C(5; -3; 7)$, $D(9; -5; 0)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-4; 0; 7)$, $A_2(-5; 1; 4)$, $A_4(-1; 0; 12)$, $B_1(-8; -3; 4)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x - z - 14 = 0$ и $\beta : 4x + 2y + 4z = -10$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7; 7; -1)$, $B(2; 12; -3)$, $C(0; 15; -4)$, $S(6; -1; -7)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 7; -10)$ перпендикулярно плоскостям $7x - y - 3 = 0$ и $-3x + y - z - 2 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 6; 1)$, $B(4; 11; 4)$, $C(7; 7; 2)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 3y + 9z = 0 \\ -x - 2y - 5z - 1 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(22; 37; -49)$ на плоскость $-3x - 10y + 10z = -90$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : -6x + 2y - z - 13 = 0$.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро BC в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; -3; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 5; -2)$, $\mathbf{c}(1; -5; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 9; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; 2; 2)$, $\mathbf{b}(7; 4; 3)$, $\mathbf{c}(-20; -13; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 8; 8)$, $B(6; 1; 7)$, $C(5; 5; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(7; 9; 0)$, $B(10; 10; -1)$, $C(4; 8; 2)$, $D(6; 6; -4)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(4; 5; -9)$, $A_2(3; 6; -11)$, $A_4(-1; 6; -6)$, $B_1(-4; 7; -4)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 3y + 2z - 3 = 0$ и $\beta : 2x + 2y + 2z = -2$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 6; 3)$, $B(-1; 7; 4)$, $C(1; 5; 3)$, $S(0; 0; 5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; 5; -9)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{2} = \frac{y+6}{8} = \frac{z-6}{1}$ и $\frac{x+8}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{0}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 2; 7)$, $B(5; 7; 13)$, $C(4; 6; 12)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 2y + z + 1 = 0 \\ 3x + y + z - 29 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-34; -3; 21)$ на плоскость $-10x + 2y + 9z = -32$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-3} = \frac{y-8}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 2y + 2z - 15 = 0$.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -4; 3)$, $\mathbf{b}(-2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-5; 6; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; 6; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(1; 1; -2)$, $\mathbf{b}(-2; -3; 4)$, $\mathbf{c}(-5; 4; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 2; 1)$, $B(6; 12; 0)$, $C(3; -7; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(5; 4; 1)$, $\mathbf{b}(-2; -3; 1)$, $\mathbf{c}(-5; -7; 2)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-8; -2; 8)$, $B(-8; 1; 7)$, $D(-9; 7; 5)$, $E(-11; 3; 6)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y - z + 13 = 0$ и $\beta : 4x - 6y - z = -6$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; -10; -7)$, $B(-6; -8; -6)$, $C(1; -9; -6)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 4; -7)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 1; -4)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-3}$ и $\frac{x-3}{-4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+8}{2}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 3; 4)$, $B(0; 5; 12)$, $C(2; 4; 9)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y - 18 = 0 \\ x - y + z - 5 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(3; 4; -1)$ относительно плоскости $7y + z - 2 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 2y + 3z = 6$.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AD в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 3; 2)$, $\mathbf{b}(-5; -1; -1)$, $\mathbf{c}(-6; 2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 5; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(6; 1; -1)$, $\mathbf{b}(3; -16; -21)$, $\mathbf{c}(-1; 4; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 4; 0)$, $B(-1; 6; -2)$, $C(2; 5; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(8; 4; 8)$, $B(5; -1; 16)$, $C(7; 3; 10)$, $D(10; 7; 3)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(6; 2; 1)$, $B(13; 9; -9)$, $D(9; 5; -3)$, $A_1(4; -1; 4)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y + z + 13 = 0$ и $\beta : 2x - 4y + 3z = -2$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; -3; 1)$, $B(-3; 2; -2)$, $C(3; -6; 3)$, и найти расстояние от точки $S(1; -4; 6)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; 6; 7)$ перпендикулярно плоскостям $-7x + 2y - z - 6 = 0$ и $x + y = -4$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 8; 6)$, $B(4; 10; 9)$, $C(3; 11; 11)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -5x - 3y + 3 = 0 \\ 7x + 4y - z + 5 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(28; 1; 9)$ на плоскость $7x + y + 6z = -7$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 2y - 3z - 9 = 0$.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; 1)$, $\mathbf{b}(1; -4; 2)$, $\mathbf{c}(-2; 1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; -7; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; 2; 10)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -3)$, $\mathbf{c}(1; -1; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 0; 9)$, $B(2; -1; 5)$, $C(3; -1; 0)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(5; 7; 7)$, $B(4; 6; 8)$, $C(8; 12; 6)$, $D(9; 12; 4)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(2; 0; 0)$, $B(-2; -7; -3)$, $D(6; -2; 1)$, $A_1(-1; 0; -1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2y - z + 11 = 0$ и $\beta : 2x + 2y + 2z = -7$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7; -5; 6)$, $B(8; 0; 5)$, $C(8; -1; 6)$, $S(-8; 0; -1)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(9; 4; -8)$ параллельно плоскости $-5x + 3y - 2z = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-1}{-1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 0; 8)$, $B(14; 10; 11)$, $C(2; -7; 6)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 2y - z + 3 = 0 \\ -x + y + 2z - 10 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-18; 12; 4)$ на плоскость $-5x + 3y + z = 25$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 4y - 3z - 3 = 0$.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро DC в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 2; 5)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -2)$, $\mathbf{c}(2; -1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 2; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; 4; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 0; 1)$, $\mathbf{c}(5; -6; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 6; 3)$, $B(6; 8; -1)$, $C(6; 7; -4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(0; 7; 2)$, $B(8; 4; -2)$, $C(1; 5; -1)$, $D(0; 10; 6)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(9; 6; -6)$, $A_2(10; 7; -4)$, $A_4(-1; -1; -14)$, $B_1(11; 7; -5)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 8x - y - z = -10$ и $\beta : -x + y + 11 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; 2; -8)$, $B(-6; -1; -8)$, $C(-9; 0; -9)$, и найти расстояние от точки $S(-7; 4; -7)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; -3; -4)$ параллельно плоскости $-x - y + 2z + 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{-3} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+6}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 9; 3)$, $B(5; 8; -2)$, $C(0; 10; 7)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y + 9 = 0 \\ x + 4y + z + 21 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(8; 23; -9)$ на плоскость $-x - 10y + 4z = 77$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-2} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - z - 10 = 0$.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро AB в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; -3; 6)$, $\mathbf{b}(-4; 3; -3)$, $\mathbf{c}(2; -1; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 0; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; 0; 7)$, $\mathbf{b}(-3; -7; 3)$, $\mathbf{c}(-1; 2; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 0; 5)$, $B(1; -1; 6)$, $C(4; 8; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Лежат ли точки $A(7; 7; 4)$, $B(8; 5; 5)$, $C(8; 10; 0)$, $D(3; 2; 13)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(6; -8; -4)$, $B(10; -13; -3)$, $D(8; -12; -7)$, $E(9; -14; -9)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x + 3y - z = 6$ и $\beta : -x + 3y + 11 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9; -9; 3)$, $B(8; -6; 6)$, $C(8; -7; 2)$, $S(-4; -2; 4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; 4; 3)$ перпендикулярно плоскостям $3x - 7y - 2z = 0$ и $-x - y + z = -4$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 9; 1)$, $B(8; 8; 2)$, $C(5; 12; 0)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 5z + 9 = 0 \\ x + 2y - 2z + 19 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-25; -1; 15)$ относительно плоскости $9x - 7z + 5 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{5}$ и плоскостью $\pi : x - y + z + 3 = 0$.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 3; -1)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 2)$, $\mathbf{c}(-2; -3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -1; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 8\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(2; 1; 2)$, $\mathbf{b}(7; 4; 6)$, $\mathbf{c}(-13; -2; -12)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 3; 1)$, $B(6; 5; 1)$, $C(6; 10; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Лежат ли точки $A(8; 7; 0)$, $B(13; 6; -3)$, $C(9; 7; -1)$, $D(11; 9; -7)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(-3; 8; 8)$, $B(0; 13; 13)$, $C(-2; 9; 12)$, $D(-2; 13; 4)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - y + 2z = 5$ и $\beta : -3y - z + 14 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; 4; -10)$, $B(2; 6; -9)$, $C(-6; 3; -10)$, и найти расстояние от точки $S(-2; 8; -1)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 9; 2)$ параллельно плоскости $3x - 4y + z + 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 1; 5)$, $B(0; -4; 2)$, $C(0; -5; 1)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + y + 19 = 0 \\ -2x + y + z + 16 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(7; 1; 8)$ относительно плоскости $2x - y + 3z - 2 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+5}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - 3z - 3 = 0$.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -2; 5)$, $\mathbf{b}(3; 1; 0)$, $\mathbf{c}(5; 2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 0; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 4\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; -2; 6)$, $\mathbf{b}(-3; 3; -7)$, $\mathbf{c}(2; -2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 6; 5)$, $B(0; 9; 5)$, $C(-3; 13; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Лежат ли точки $A(2; 4; 8)$, $B(1; 3; 10)$, $C(-1; 7; 13)$, $D(-1; 1; 13)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(7; 0; 0)$, $B(0; -6; 3)$, $D(8; 3; -2)$, $E(6; -4; 3)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y + z = 8$ и $\beta : x + 8y - 4 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; -10; -9)$, $B(13; -8; -8)$, $C(2; -11; -9)$, и найти расстояние от точки $S(-2; 1; -2)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; 1; -8)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z+1}{1}$ и $\frac{x-3}{3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{2}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 6)$, $B(3; 5; 4)$, $C(1; 0; 7)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 5y + z + 25 = 0 \\ -2x + 4y - z - 24 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(0; 6; 20)$ на плоскость $x - 6y - 9z - 20 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-5} = \frac{y-8}{-4} = \frac{z-5}{2}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = 15$.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро CC_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -3; 4)$, $\mathbf{b}(2; -1; 3)$, $\mathbf{c}(1; -4; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -5; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; -4)$, $\mathbf{b}(3; -1; 1)$, $\mathbf{c}(-1; 1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 5; 7)$, $B(1; 6; 7)$, $C(8; 6; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(3; 2; 9)$, $B(8; -2; 12)$, $C(2; 3; 8)$, $D(0; 6; 4)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(-2; 3; -9)$, $Q(-6; -4; -11)$, $R(5; 5; -12)$, $S(0; 3; -10)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + z + 13 = 0$ и $\beta : 2x + y + 3z = 13$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; -6; -7)$, $B(0; -8; -6)$, $C(13; -1; -10)$, и найти расстояние от точки $S(-2; -7; 1)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(5; -2; 0)$ параллельно плоскости $x + y - z + 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-5}{0}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 9)$, $B(11; -1; 16)$, $C(6; 3; 7)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 6x + 2y - z + 21 = 0 \\ -7x - y + z - 15 = 0 \end{cases}$$
.
14. Найти проекцию точки $M(-4; 15; -22)$ на плоскость $x + 4y - 5z = -2$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - 5z = 1$.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 1; 3)$, $\mathbf{b}(4; 3; 4)$, $\mathbf{c}(-5; -3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; -4; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; -1; 1)$, $\mathbf{b}(-7; 1; -2)$, $\mathbf{c}(2; 5; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 2; 3)$, $B(0; -3; 5)$, $C(10; 4; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Коллинеарны ли векторы $\mathbf{a}(5; 5; -3)$, $\mathbf{b}(7; 3; 2)$, $\mathbf{c}(-7; -4; 0)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-2; 2; -9)$, $B(-5; -1; -4)$, $D(4; 3; -14)$, $E(0; 0; -8)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 8x + y - 2z = -13$ и $\beta : -y - z + 14 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; 8; 5)$, $B(0; 7; 9)$, $C(-2; 10; -2)$, $S(8; -4; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; -5; 4)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y + 2 = 0$ и $-x + y - z = 2$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 8; 0)$, $B(4; 1; 3)$, $C(-5; 17; -4)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - 7z - 4 = 0 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(9; 7; 24)$ на плоскость $5x + 6y + 8z = 29$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y - z = -3$.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; 3; -2)$, $\mathbf{b}(-6; 3; -1)$, $\mathbf{c}(5; -1; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-10; 2; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 8\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(9; 4; -6)$, $\mathbf{b}(4; 1; -3)$, $\mathbf{c}(-6; -1; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 8; 7)$, $B(6; 6; 8)$, $C(-1; 15; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(3; 1; 8)$, $B(4; 4; 10)$, $C(-1; 4; 15)$, $D(0; 6; 16)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(-9; 1; -3)$, $A_2(-7; -3; -2)$, $A_3(-6; -5; -1)$, $A_4(-4; 6; -1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - z = 0$ и $\beta : x - 4y - 8z = -6$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6; 1; 3)$, $B(7; 0; 4)$, $C(4; 4; 3)$, и найти расстояние от точки $S(7; 0; 3)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; 6; 3)$ перпендикулярно плоскостям $-2x + 3y + 7z = -1$ и $x - 2y - 3z = 7$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 6; 7)$, $B(13; 9; 11)$, $C(15; 10; 12)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - 2y + 3z + 24 = 0 \\ 2x - y + z + 9 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-7; 11; 6)$ на плоскость $-x - y + z - 11 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x + 4y + 3z + 9 = 0$.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро CC_1 в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 1; 3)$, $\mathbf{b}(-3; -2; -5)$, $\mathbf{c}(-3; -1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; 4; 10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(9; -18; -7)$, $\mathbf{b}(-2; 6; 1)$, $\mathbf{c}(-3; 5; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 4; 7)$, $B(1; 2; 4)$, $C(-5; 9; 14)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-4; 3; 10)$, $\mathbf{b}(3; -2; -7)$, $\mathbf{c}(-3; 1; 5)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-4; -3; -3)$, $A_2(-4; 2; -2)$, $A_4(-6; 5; 0)$, $B_1(-5; 3; -1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2y - 2z + 8 = 0$ и $\beta : 2x - y - 3z = 13$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; -2; -3)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(-3; 6; -3)$, $S(6; 4; 8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -1; 0)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+6}{1}$ и перпендикулярно плоскости $3x - 3y + z = 3$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 2; 8)$, $B(13; 0; 11)$, $C(6; 3; 7)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -8x + 2y - z + 5 = 0 \\ 7x - y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(9; 5; -6)$ на плоскость $-4x - 3y + 2z = -5$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 5x + 4y - 2z = -7$.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -3; 3)$, $\mathbf{b}(1; 1; 3)$, $\mathbf{c}(0; 5; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; -4; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -2)$, $\mathbf{b}(-2; 2; 3)$, $\mathbf{c}(-3; 4; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 1; 7)$, $B(12; 4; 5)$, $C(4; 0; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(8; 1; -9)$, $\mathbf{b}(5; 1; -6)$, $\mathbf{c}(-1; 0; 1)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(-6; 1; 6)$, $Q(-3; -4; 1)$, $R(-7; -1; 7)$, $S(-7; 9; 8)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x + y - 2z = 8$ и $\beta : x + 3y + 10 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 7; -5)$, $B(-10; 6; -5)$, $C(9; 8; -6)$, и найти расстояние от точки $S(6; -5; -2)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3; -2; -2)$ параллельно плоскости $x - 3y - z - 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 9)$, $B(4; 4; 8)$, $C(2; 5; 7)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 10x + y - 8 = 0 \\ -7x - y + z + 5 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-10; -15; -1)$ на плоскость $3x + 4y + z - 13 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y - 2z = -2$.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; -1)$, $\mathbf{b}(-3; -1; 1)$, $\mathbf{c}(1; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; 4; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(5; -6; -4)$, $\mathbf{b}(6; -7; -5)$, $\mathbf{c}(-17; 21; 10)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 7; 3)$, $B(6; 4; 7)$, $C(8; 9; 2)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(3; 7; 4)$, $B(8; 5; 6)$, $C(-6; 7; 3)$, $D(-5; 4; 5)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-9; -8; -3)$, $B(-11; -7; -6)$, $D(-8; -5; -1)$, $E(-7; -7; 0)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x - y - z = 2$ и $\beta : -5x - y + 13 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; 2; -9)$, $B(-1; 4; -8)$, $C(-4; 5; -7)$, и найти расстояние от точки $S(-8; 5; -6)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; 2; -1)$ параллельно плоскости $-x + 3y - 2z + 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 1; 8)$, $B(8; 0; 10)$, $C(13; 4; 1)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - 2z + 12 = 0 \\ x + y - z + 2 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(9; -12; -7)$ относительно плоскости $9x - 8y - 5z = -43$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 3y + z = 15$.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; -3; -1)$, $\mathbf{b}(-3; -1; -2)$, $\mathbf{c}(-5; 0; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; -5; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(5; 5; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(5; -1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 8; 8)$, $B(-7; 7; 8)$, $C(8; 9; 7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(4; 4; 9)$, $B(5; 1; 11)$, $C(7; -1; 14)$, $D(1; 9; 5)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-8; 1; -6)$, $B(1; -3; -9)$, $D(-15; 4; -4)$, $A_1(-1; -2; -7)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x - 6y + 7z = -10$ и $\beta : -x + z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; 6; -6)$, $B(-9; 5; -7)$, $C(-11; 8; -3)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 3; -4)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; 5; -7)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-2}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-2x - 2y + 5z = 7$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 2; 7)$, $B(4; 5; 6)$, $C(3; 7; 6)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + 3y - 5z - 11 = 0 \\ -9x - 4y + 7z + 16 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-20; 2; -20)$ относительно плоскости $9x + y + 8z - 27 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-5} = \frac{y-6}{5} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - y + z - 14 = 0$.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро DC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 1; -2)$, $\mathbf{b}(1; -2; -6)$, $\mathbf{c}(0; 1; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -3; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -1; 2)$, $\mathbf{b}(3; -3; 5)$, $\mathbf{c}(-3; 10; -15)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 6; 8)$, $B(5; 7; 8)$, $C(10; 7; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(9; 9; 0)$, $B(14; 12; -5)$, $C(4; 1; -5)$, $D(11; 10; -2)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(3; 4; 7)$, $B(2; 2; 12)$, $C(6; 9; 11)$, $D(4; 6; 17)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -y + 4z - 4 = 0$ и $\beta : -2x - y + z = 2$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; -9; 8)$, $B(1; -10; 9)$, $C(-3; -11; 9)$, и найти расстояние от точки $S(-7; -8; -2)$ до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4; -6; 3)$ параллельно плоскости $2x + y - 7z - 1 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+1}{-8}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 3; 8)$, $B(8; 2; 6)$, $C(0; 5; 11)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 2y + 10z + 6 = 0 \\ -x + y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-12; -14; -20)$ на плоскость $-5x - y - 3z + 6 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : x + y - 6z = 10$.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -1; -2)$, $\mathbf{b}(5; -2; 3)$, $\mathbf{c}(3; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 9; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-9; 1; 8)$, $\mathbf{b}(6; 1; -3)$, $\mathbf{c}(4; 1; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 7; 9)$, $B(4; 9; 10)$, $C(4; 6; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(7; -3; -4)$, $\mathbf{b}(7; -4; 5)$, $\mathbf{c}(-5; 2; 3)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(-1; 3; 2)$, $A_2(0; -3; -5)$, $A_3(-1; 8; 9)$, $A_4(-3; 4; 3)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 3y + 5z = 11$ и $\beta : -x - 2z - 14 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 8; -4)$, $B(-2; 9; -4)$, $C(-7; 9; -3)$, $S(-1; 7; -6)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; 0; 2)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y - 5z = 3$ и $-2x + 3y - 6z + 3 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 5; 6)$, $B(2; 2; 4)$, $C(-2; 15; 13)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -7x + 5y - 3z - 2 = 0 \\ -3x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-37; -16; -40)$ на плоскость $-9x - 3y - 10z = 211$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y + 3z + 7 = 0$.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -4; 1)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 1)$, $\mathbf{c}(2; -3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; 8; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; -6; -4)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -1)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 6; 2)$, $B(2; 7; 2)$, $C(9; 7; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(4; 8; 5)$, $B(5; 10; 2)$, $C(5; 8; 4)$, $D(3; 11; 3)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-3; 6; 0)$, $B(0; 5; -2)$, $D(-5; 15; 1)$, $A_1(0; 1; -2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y - 2 = 0$ и $\beta : -x - 5y - 8z = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10; -1; 3)$, $B(11; 3; 4)$, $C(12; 8; 6)$, и найти расстояние от точки $S(-8; 8; 8)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; 1; 6)$ перпендикулярно плоскостям $-x + y + z = -5$ и $8x - 2y - z - 3 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 3; 5)$, $B(6; -2; 14)$, $C(-1; 7; -2)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -5x + 3y - z - 3 = 0 \\ 7x - 5y + 2z + 6 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-3; 6; -14)$ относительно плоскости $y - 7z = 29$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - y + 3z = 0$.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -2; 2)$, $\mathbf{b}(1; -5; 3)$, $\mathbf{c}(-4; 3; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; 6; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 8\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; -6; -13)$, $\mathbf{b}(-1; -1; 1)$, $\mathbf{c}(-2; 4; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 4; 2)$, $B(3; 1; 3)$, $C(2; 5; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-4; 1; -3)$, $\mathbf{b}(3; 1; 5)$, $\mathbf{c}(-5; 4; 0)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(2; -9; 7)$, $B(-4; -5; 2)$, $D(3; -4; 10)$, $E(2; -12; 6)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2y + z - 5 = 0$ и $\beta : -x + 4y - 4z = 15$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; 6; 6)$, $B(4; 9; 7)$, $C(-2; 5; 6)$, и найти расстояние от точки $S(3; -6; 0)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -4; 0)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + y - 2z = 0$ и $5x - y + 3z = 1$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 9; 9)$, $B(12; 14; 11)$, $C(13; 16; 12)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + 7y - z - 18 = 0 \\ -x + 6y - z - 10 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-19; -21; 10)$ на плоскость $-3x - 4y + 4z - 17 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{7} = \frac{y+6}{2} = \frac{z-3}{3}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z - 12 = 0$.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; -1; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 2; 1)$, $\mathbf{c}(1; -2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -3; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(6; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-2; -3; 2)$, $\mathbf{c}(-2; -2; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 9; 4)$, $B(5; 8; 6)$, $C(3; 12; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(2; 0; -1)$, $\mathbf{b}(1; 3; -3)$, $\mathbf{c}(-2; 7; -5)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-5; -9; -3)$, $B(0; -15; 1)$, $D(1; -15; 2)$, $A_1(-3; -10; -1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -3x + 4y - 3z = -7$ и $\beta : -y - z + 10 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; -8; -5)$, $B(9; -6; -4)$, $C(2; -7; -4)$, и найти расстояние от точки $S(8; 4; 7)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-9; -2; -2)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-8} = \frac{z-4}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $2x - 3y - z = -3$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 8; 3)$, $B(11; 4; -6)$, $C(10; 5; -4)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 12 = 0 \\ 3x - y + z - 22 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-3; 6; -2)$ относительно плоскости $-3x + 9y - 4z - 18 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-8}{3}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z = -1$.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; 3)$, $\mathbf{b}(5; 2; -4)$, $\mathbf{c}(3; 1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; -3; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; 5)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 2)$, $\mathbf{c}(5; -7; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 4; 2)$, $B(2; 3; 1)$, $C(9; 6; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Лежат ли точки $A(0; 0; 2)$, $B(-4; 4; -1)$, $C(-3; 3; 0)$, $D(-5; 2; 1)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(3; 4; 9)$, $Q(6; 0; 3)$, $R(7; 3; 7)$, $S(5; 7; 14)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y - 3 = 0$ и $\beta : -4x + 9y - z = 1$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; -3; 1)$, $B(6; -8; 4)$, $C(3; -4; 0)$, и найти расстояние от точки $S(0; 4; 7)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -5; -5)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-4}{-1}$ и $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{2}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 1; 2)$, $B(-3; -7; 4)$, $C(4; 4; 1)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ -2x - y - 4z + 6 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(6; -6; -23)$ на плоскость $-x - 8y - 8z + 32 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - 3z = -9$.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -5; -6)$, $\mathbf{b}(0; 1; 2)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -4; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 4\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; 1)$, $\mathbf{b}(5; 3; 5)$, $\mathbf{c}(1; -4; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 6; 9)$, $B(1; 7; 10)$, $C(0; 5; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(8; 6; 0)$, $B(13; 9; -8)$, $C(5; 11; -2)$, $D(9; 6; -1)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(-1; 0; 0)$, $Q(-2; -2; -4)$, $R(-2; 10; -4)$, $S(1; -5; 7)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 7x - 3y + 4 = 0$ и $\beta : x + y + z = -5$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0; -10; 6)$, $B(3; -8; 11)$, $C(1; -9; 8)$, $S(0; 3; -8)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; 3; 6)$ параллельно плоскости $-3x + 2y - 5z - 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{-2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+2}{-2}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 6; 7)$, $B(8; 10; 4)$, $C(5; -1; 12)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 4y - 8 = 0 \\ -x - 7y + z + 15 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(22; -19; -1)$ относительно плоскости $7x - 8y - z = 22$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y+6}{2} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : -4x + 2y + z = -14$.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -3; 3)$, $\mathbf{b}(-2; -2; 3)$, $\mathbf{c}(3; 1; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; -7; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; -1; 1)$, $\mathbf{b}(1; 4; -5)$, $\mathbf{c}(3; -1; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 0; 9)$, $B(5; -2; 16)$, $C(5; -1; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(8; 3; 1)$, $B(10; 6; -4)$, $C(15; -3; 0)$, $D(7; 4; 1)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-7; 5; -4)$, $A_2(-6; 2; -4)$, $A_4(-12; 9; -7)$, $B_1(-4; 3; -2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 7x + 4y - 3z = 9$ и $\beta : x + z - 15 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; -1; -2)$, $B(-10; -2; 0)$, $C(-7; 0; 1)$, и найти расстояние от точки $S(-5; -1; 0)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(8; 4; -2)$ перпендикулярно плоскостям $x - y - 5z - 2 = 0$ и $-x + 2y + 8z - 6 = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 0; 7)$, $B(2; 1; 9)$, $C(6; -4; 0)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 10y + 2z - 23 = 0 \\ -x + y - z - 4 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-8; -9; 17)$ на плоскость $6x + 9y - 7z = 84$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 3y - 3z = -3$.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро DC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(6; 2; -3)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -2)$, $\mathbf{c}(4; 0; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; 2; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 8\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(8; 0; -1)$, $\mathbf{b}(-4; -5; -4)$, $\mathbf{c}(-2; -4; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 9; 8)$, $B(5; 12; 10)$, $C(2; 10; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(7; -1; -8)$, $\mathbf{b}(2; -2; -3)$, $\mathbf{c}(-1; -4; 0)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(-3; -3; 4)$, $B(-1; -1; 9)$, $C(-4; -4; 2)$, $D(-5; 4; 3)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -6x - 2y + 2z = -4$ и $\beta : x + y = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; -5; 0)$, $B(2; -4; 0)$, $C(-1; -4; 1)$, $S(-1; -3; 3)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; 3; -2)$ перпендикулярно плоскостям $6x + 2y + z = 8$ и $7x + y + z = 3$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 3; 3)$, $B(10; 2; -2)$, $C(11; 2; -4)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 5y - z - 11 = 0 \\ -x - y + z + 15 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(17; 25; 0)$ на плоскость $10x + 9y - 2z - 25 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 3y - 2z - 15 = 0$.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро BB_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 5; -3)$, $\mathbf{b}(0; 2; -1)$, $\mathbf{c}(-2; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 1; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -3; 1)$, $\mathbf{b}(-8; -7; 10)$, $\mathbf{c}(4; 5; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 3; 2)$, $B(7; 4; 6)$, $C(7; 5; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(2; 7; 9)$, $B(1; 10; 10)$, $C(1; 6; 7)$, $D(6; 6; 15)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(8; 0; -7)$, $B(11; 2; -2)$, $D(6; -3; -13)$, $A_1(7; 4; -2)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - 6y + z = 11$ и $\beta : 2x + y - 11 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; -3; 4)$, $B(1; -6; 5)$, $C(-3; 2; 2)$, и найти расстояние от точки $S(0; -8; -8)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; -5; -5)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y + z - 5 = 0$ и $-x + y - 3z = -2$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 1; 5)$, $B(8; 6; 7)$, $C(-2; -1; 4)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x - 3y + 6z + 9 = 0 \\ -x + y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(3; -6; 5)$ относительно плоскости $2x + 3y - z = -10$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 3y - z - 5 = 0$.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 4; 1)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -3)$, $\mathbf{c}(-2; -5; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 0; 7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(10; 2; -1)$, $\mathbf{b}(1; -5; -2)$, $\mathbf{c}(-2; 2; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 8; 1)$, $B(3; 5; 2)$, $C(8; 16; -1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Компланарны ли векторы \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , где $A(4; 6; 6)$, $B(1; 2; 4)$, $C(1; 1; 5)$, $D(3; 5; 5)$?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(0; -7; -8)$, $Q(3; 0; -10)$, $R(-2; 2; -6)$, $S(1; -4; -9)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 3x - 2y - 8z = -12$ и $\beta : x + y + 12 = 0$.
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10; 7; 3)$, $B(11; 6; 4)$, $C(7; 11; 2)$, и найти расстояние от точки $S(-1; 1; -2)$ до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; -7; -4)$ параллельно прямой $\frac{x}{-7} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + y = 0$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 8; 1)$, $B(3; 1; 9)$, $C(3; 2; 8)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y - z - 25 = 0 \\ -x + 2y - z - 16 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(15; 35; 35)$ на плоскость $6x + 9y + 10z = -113$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+8}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 3y - z = 14$.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AD в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -1; 0)$, $\mathbf{b}(3; -2; -1)$, $\mathbf{c}(-3; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -6; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; -6; -1)$, $\mathbf{b}(6; -5; 7)$, $\mathbf{c}(-2; 1; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 2; 3)$, $B(9; 3; 3)$, $C(9; 6; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(1; 5; -3)$, $\mathbf{b}(5; 6; -4)$, $\mathbf{c}(-2; 1; 0)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(1; 1; 2)$, $A_2(2; -1; 10)$, $A_4(2; -1; 7)$, $B_1(-1; 4; -1)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 6x - 5y + 4z = 8$ и $\beta : x + y + 14 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; -3; -1)$, $B(2; -2; -2)$, $C(5; -1; -2)$, $S(-7; -4; 8)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; 0; 9)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{1} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-3}{0}$ и $\frac{x-6}{-1} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{1}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 0; 6)$, $B(6; -1; 5)$, $C(10; 2; 10)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 6y - z + 23 = 0 \\ x + y - 15 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(41; 32; 35)$ на плоскость $9x + 6y + 10z = 43$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 2y - 3z - 3 = 0$.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -5; 5)$, $\mathbf{b}(3; 5; -6)$, $\mathbf{c}(0; 2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 5; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-3; 7; 6)$, $\mathbf{b}(-2; 5; 4)$, $\mathbf{c}(5; -15; -12)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 1; 0)$, $B(6; 0; -3)$, $C(1; 3; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(0; 3; 8)$, $B(2; 4; 7)$, $C(-1; 1; 7)$, $D(2; 6; 9)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(0; -8; -7)$, $B(-4; -9; -2)$, $D(-5; -12; -4)$, $E(-1; -10; -8)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - 3z - 3 = 0$ и $\beta : -2x + 3y + z = -1$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; -1; -10)$, $B(-8; 4; -10)$, $C(-10; -4; -9)$, $S(-7; 0; 0)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-1; 0; 0)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{-3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ и $\frac{x-5}{1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+7}{0}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 4; 8)$, $B(5; 5; 5)$, $C(4; 5; 4)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - 3y + 2z + 11 = 0 \\ 2x - 2y + z + 5 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-3; 28; 27)$ на плоскость $3x - 10y - 6z + 16 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-7}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y - 5z = -13$.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро DD_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 1; 3)$, $\mathbf{b}(0; -1; -3)$, $\mathbf{c}(3; -2; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -2; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-4; 3; 5)$, $\mathbf{b}(-9; 4; 10)$, $\mathbf{c}(4; -3; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 3; 0)$, $B(10; 5; 1)$, $C(5; 4; 1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Лежат ли точки $A(5; 3; 0)$, $B(6; 3; -1)$, $C(6; 4; 1)$, $D(10; 2; -7)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(-2; -2; -2)$, $B(-4; -6; -5)$, $C(1; -7; -6)$, $D(-10; -4; -4)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y + z + 4 = 0$ и $\beta : x - 7y + 5z = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; -6; 7)$, $B(-8; -4; 8)$, $C(3; -7; 7)$, $S(-1; -8; 4)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; -1; -3)$ параллельно плоскости $x - 8y + z + 1 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-4}{0}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 0; 4)$, $B(7; 1; 4)$, $C(16; -4; 3)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -9x + y - z - 18 = 0 \\ 10x - y + 2z + 14 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; -1; -4)$ относительно плоскости $8x - y + z + 28 = 0$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 2y + z = 7$.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -4; -1)$, $\mathbf{b}(2; 1; 1)$, $\mathbf{c}(-5; -2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; 2; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; -2; 1)$, $\mathbf{b}(4; -1; -1)$, $\mathbf{c}(-2; 1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 3; 9)$, $B(6; 2; 8)$, $C(3; 4; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Лежат ли точки $A(8; 3; 5)$, $B(9; 3; 4)$, $C(6; 4; 6)$, $D(11; 2; 3)$ в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-3; -9; -8)$, $B(-3; -8; -17)$, $D(2; -11; -11)$, $E(-4; -9; -4)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - y + 10 = 0$ и $\beta : 6x + 3y - 4z = -9$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 10; 2)$, $B(-9; 13; 0)$, $C(-6; 12; 1)$, $S(-4; -1; 8)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-9; -2; -3)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z+8}{1}$ и $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{-4}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 3; 0)$, $B(3; 4; 0)$, $C(-2; 6; -1)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + 2y - z - 2 = 0 \\ -5x + y - 5 = 0 \end{cases}$$
.
14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(11; 1; 13)$ относительно плоскости $9x + 2y + 9z = -31$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-4}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - 2z + 2 = 0$.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 3; 3)$, $\mathbf{b}(3; -5; -5)$, $\mathbf{c}(3; -2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; 4; 7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 7\mathbf{m} - 9\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; -1; 3)$, $\mathbf{b}(8; 2; -7)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 7; 0)$, $B(-1; 8; 3)$, $C(-5; 11; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(1; -1; -3)$, $\mathbf{b}(-1; -2; -3)$, $\mathbf{c}(-1; -1; -1)$?
8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-3; 0; 1)$, $A_2(4; 2; 2)$, $A_4(-2; 7; 5)$, $B_1(-4; -2; 0)$.
9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -7x + y - 2z = -1$ и $\beta : x + z - 8 = 0$.
10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; 7; 0)$, $B(4; 8; 0)$, $C(9; 6; 1)$, $S(0; 6; 6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4; 10; -4)$ параллельно плоскости $-x + y + z = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}$.
12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 2; 5)$, $B(2; 3; 5)$, $C(1; 3; 4)$.
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 6y - 3z + 27 = 0 \\ -x + 5y + 2z - 22 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки $M(-18; -19; -9)$ на плоскость $-2x - 5y - 4z = -13$.
15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x + 4y - 5z = -9$.